

文章编号 1004-924X(2011)08-1883-12

## 反射镜组件模态分析的误差评价

董得义<sup>1,2</sup>, 张学军<sup>1\*</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:**对有限元法在反射镜组件模态分析中产生的误差进行了定量评价及试验验证。阐述了算法误差、材料参数误差以及连接关系的简化处理等 3 个主要误差源对分析结果带来的影响。从模态分析的基本原理出发,得出算法选择引入的误差 $<1\%$ ;材料参数误差的传递因子可从公式推导以及试算数据拟合的方法得到,误差的参与权重因子可通过模态振型来获得;而螺钉连接关系简化处理引入的误差则通过简化处理螺钉连接关系与详细分析两种有限元模型的结果来获得。试验结果表明,在有限元分析中,若对连接关系进行了简化处理,反射镜组件模态分析结果的误差将达到 $10\%$ 左右;若对螺钉进行有限元建模,在组件的分析中考虑螺钉刚度的贡献,误差可以控制在 $5\%$ 以内。分析结果与试验结果基本吻合,表明对螺钉连接关系的处理方式是决定分析结果误差的关键因素,在高精度的分析中,螺钉连接的刚度贡献是不能忽略的。本文提出的组件模态分析误差的定量分析方法,对采用有限元法进行的重力变形分析、动力学响应分析以及热变形分析等误差定量分析亦有指导意义。

**关键词:**模态分析;误差传递因子;误差参与权重;连接关系

**中图分类号:**TP391.9;TH703 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111908.1883

## Error valuation for mode analysis of reflective mirror set

DONG De-yi<sup>1,2</sup>, ZHANG Xue-jun<sup>1\*</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*  
*Chinese Academy of Science, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)*

*\* Corresponding author, E-mail: zxj@ciomp.ac.cn*

**Abstract:** The error caused by Finite Element Analysis (FEA) in the mode analysis of a reflective mirror set was evaluated quantitatively and identified by an experiment. The influence of source factors, arithmetic error, material parameter error and the simplification of the bolt connection on the FEA results were introduced in detail. It shows that the arithmetic error is less than one percent; the deliver factors of the material parameter errors can be calculated by the formula and test calculation dada, respectively, and the participation factors of the material parameter errors are estimated by the modal plot; the error caused by the simplification of the bolt connection is calculated by the contrast of the results of the simplification finite element model and the detailed finite element model. The results show that the FEA error would be  $10\%$  if the bolt connection is simplified. However, if the bolt con-

nection is considered in detail, the FEA error would be decreased to 5%. The experiment results prove that the error analysis results are correct. Moreover, the trade method of the bolt connection is the key factor in the mode analysis of the reflective mirror set and it can't be ignored apparently in the high precision analysis. It concludes that the quantitative error valuation method can be applied to the other cases, such as gravity transformation analysis, dynamic response analysis and thermal analysis.

**Key words:** mode analysis; error deliver factor; error participation factor; bolt connection

## 1 引言

在空间光学遥感器反射镜组件的设计初期,采用有限元法对设计方案进行工程分析,已经成为衡量设计方案是否合理,图纸能否进行下图加工的一个重要的评价手段<sup>[1-2]</sup>。随着空间光学遥感器反射镜的口径越做越大,反射镜的研制成本也越来越高<sup>[3-4]</sup>,这意味着在方案设计阶段不允许有颠覆性的失误,从而对工程分析结果的准确性提出了进一步的要求,特别是对算法成熟、影响因素较少的反射镜组件模态分析结果要求更高。

此外,在方案设计阶段,有限元分析结果不但是衡量设计方案是否合理的重要手段,还是指导反射镜组件优化设计的重要的量化指标<sup>[5]</sup>,因此,在不允许有颠覆性失误的设计过程中,必须对有限元分析结果的误差进行定量分析。能否定量地给出有限元分析结果的误差,已经成为了采用有限元法进行优化设计后使得到的方案可靠有效的重要保证。

通过误差分析,找出影响有限元分析结果的所有误差因素、误差传递因子及其概率密度分布,因为这些因素,特别是影响大的因素,一旦漏掉可能会使分析结果精度严重下降,甚至造成分析得到的是一个错误的结果,从而给设计带来颠覆性的灾难。

通过合理的误差分析,也能找到影响分析结果精度的关键因素,反过来指导有限元分析的进行,从而在分析中取得事半功倍的效果<sup>[6]</sup>。

本文以某空间光学遥感器反射镜组件为例,首先采用有限元法进行模态分析,然后找出影响分析结果的主要误差因素,对每个误差因素对分析结果带来的精度下降进行详细的定量分析,最

后采用误差合成法对所有误差因素进行合成,得到采用有限元法进行反射镜组件模态分析的误差评价。

## 2 反射镜组件的模态分析

### 2.1 反射镜组件的有限元模型

反射镜组件主要由反射镜镜体、支撑结构以及三角板等零件组成,根据零件结构的特点,主要采用八节点六面体单元对各零件进行有限元网格划分,个别拐角的地方采用五面体楔形单元过渡,螺钉连接的环节采用结点相连接的简化方式处理,整个组件的有限元模型如图 1 所示。

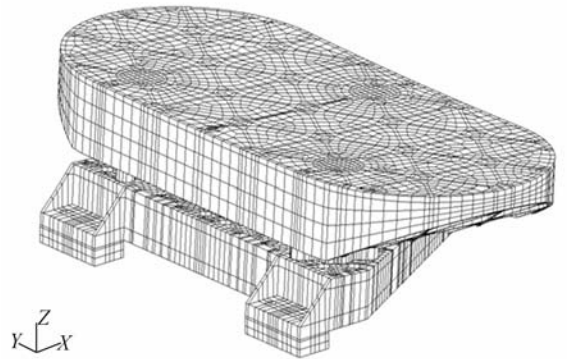


图 1 反射镜组件有限元模型

Fig. 1 Finite element model of reflective mirror set

### 2.2 单元质量检查

为了避免单元质量对分析结果带来影响,在分析前首先对有限元模型的单元质量进行检查,主要包括:单元的细长比、内角、扭曲以及表面锥度等,六面体单元以及五面体单元质量检查结果分别如表 1、表 2 所示。

表 1 六面体单元质量检查结果

Tab.1 Results of quality check for hexahedron element

	参考值	不满足要求的单元个数	最差值
细长比	100	0	最大=44.0
内角	30	6	最大=35.1
表面扭曲	30	0	最大=26.5
表面翘曲	0.707	0	最大=0
单元扭曲	45	0	最大=19.4
表面锥度	0.8	1	最小=0.3
法向偏置	0.87	0	最小=0
切向偏置	0.87	0	最大=0

表 2 五面体单元质量检查结果

Tab.2 Results of quality check for pentahedron element

	参考值	不满足要求的单元个数	最差值
细长比	100	0	最大=10.8
内角	30	33	最大=31.3
表面扭曲	30	36	最大=32.6
表面翘曲	0.707	9	最大=0.78
单元扭曲	45	0	最大=6.5
表面锥度	0.8	0	最小=0.8
法向偏置	0.87	0	最小=0
切向偏置	0.87	0	最大=0

表 3 反射镜组件结构材料参数表

Tab.3 Material parameters for reflective mirror structure

材料	密度 /(g · cm <sup>-3</sup> )	弹性模量 /(GPa)	泊松比	构件
碳化硅	3.06±0.1	420±2	0.17	反射镜
殷钢	8.1±0.2	141±7	0.25	支撑
钛合金	4.4±0.1	114±5	0.34	三角板

2.4 模态分析

采用 MSC. Nastram 软件对反射镜组件进行了约束模态分析计算,得到了反射镜组件前十阶模态及其各阶模态的参与因子,如表 4 所示。

表 4 反射镜组件前十阶工作模态以及各阶的模态参与因子

Tab.4 The first ten modals and participation factors of reflective mirror set

阶数	频率(Hz)	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
		平移	平移	平移	旋转	旋转	旋转
1	178.1	1.78×10 <sup>-2</sup>	2.36×10 <sup>-3</sup>	2.24×10 <sup>-1</sup>	1.63×10 <sup>-2</sup>	1.14×10 <sup>-1</sup>	1.72×10 <sup>-3</sup>
2	178.3	1.21×10 <sup>-3</sup>	3.63×10 <sup>-2</sup>	1.35×10 <sup>-2</sup>	2.56×10 <sup>-1</sup>	6.64×10 <sup>-3</sup>	2.65×10 <sup>-2</sup>
3	222.4	1.13×10 <sup>-6</sup>	5.06×10 <sup>-1</sup>	1.41×10 <sup>-5</sup>	2.84×10 <sup>-1</sup>	8.69×10 <sup>-6</sup>	3.30×10 <sup>-1</sup>
4	236.4	6.51×10 <sup>-1</sup>	4.50×10 <sup>-6</sup>	9.95×10 <sup>-3</sup>	8.17×10 <sup>-6</sup>	1.48×10 <sup>-1</sup>	7.20×10 <sup>-6</sup>
5	274.2	6.32×10 <sup>-5</sup>	4.85×10 <sup>-6</sup>	3.38×10 <sup>-1</sup>	3.88×10 <sup>-5</sup>	3.76×10 <sup>-1</sup>	1.33×10 <sup>-5</sup>
6	289.3	8.65×10 <sup>-6</sup>	1.24×10 <sup>-1</sup>	1.73×10 <sup>-5</sup>	1.02×10 <sup>-1</sup>	2.93×10 <sup>-5</sup>	2.98×10 <sup>-1</sup>
7	1 609.6	7.17×10 <sup>-4</sup>	7.46×10 <sup>-9</sup>	2.39×10 <sup>-1</sup>	4.94×10 <sup>-8</sup>	2.03×10 <sup>-1</sup>	9.59×10 <sup>-9</sup>
8	1 914.1	1.67×10 <sup>-8</sup>	3.74×10 <sup>-4</sup>	2.90×10 <sup>-8</sup>	3.03×10 <sup>-2</sup>	3.67×10 <sup>-8</sup>	9.55×10 <sup>-4</sup>
9	1 989.9	3.82×10 <sup>-4</sup>	2.31×10 <sup>-7</sup>	1.54×10 <sup>-4</sup>	7.39×10 <sup>-6</sup>	1.07×10 <sup>-4</sup>	4.14×10 <sup>-7</sup>
10	1 991.0	7.81×10 <sup>-7</sup>	1.56×10 <sup>-4</sup>	7.57×10 <sup>-8</sup>	7.63×10 <sup>-3</sup>	3.36×10 <sup>-8</sup>	3.46×10 <sup>-4</sup>

表 5 反射镜组件的主频

Tab.5 Principle frequency of reflective mirror set

轴向	频率/Hz	振型描述	振型云图
<i>x</i>	236.4	镜体沿 <i>x</i> 轴平动	图 2(a)
<i>y</i>	222.4	镜体沿 <i>y</i> 轴平动	图 2(b)
<i>z</i>	178.1	镜体沿 <i>z</i> 轴平动	图 2(c)

根据每阶模态的参与因子,得到了反射镜组件沿 3 个轴向的主频,如表 5 所示,振型云图如图 2 所示。

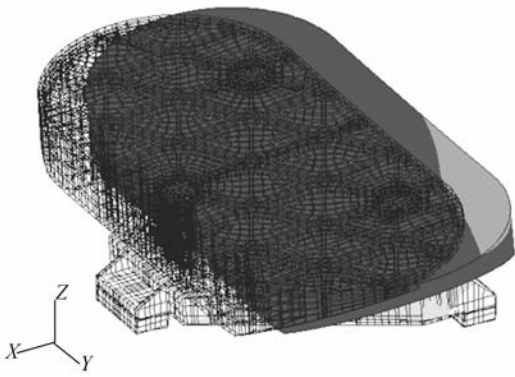
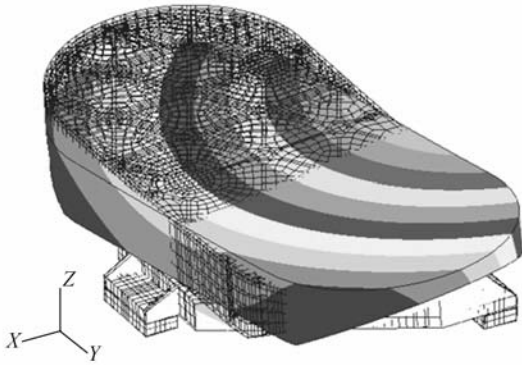
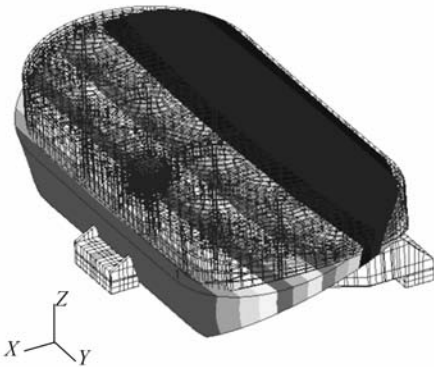
(a)  $x$  向主频振型(a) Principle plot of  $x$ -direction(b)  $y$  向主频振型(b) Principle plot of  $y$ -direction(c)  $z$  向主频振型(c) Principle plot of  $z$ -direction

图 2 反射镜组件主频振型

Fig. 2 Principle plots of mirror sets

### 3 误差评价

有限元法分析起源于 20 世纪 50 年代初杆系

结构矩阵的分析<sup>[7]</sup>。随后, Clough 于 1960 年第一次提出了"有限元法"的概念。其基本思想就是求解数学模型, 这数学模型是实际物理问题的理想化结果。数学模型是建立在考虑几何、材料特性, 加载条件和位移边界条件等假设的基础上的, 数学模型的指导方程是考虑到边界条件的偏微分方程。这些方程不能用封闭的解析方式求解, 因此, 设计人员要借助有限元方法获得一个数值解<sup>[8]</sup>。用有限元法进行工程分析的误差源主要有 3 个方面: 计算方法引入的误差、输入参数引入的误差以及连接关节简化处理引入的误差。下面结合反射镜组件的模态分析, 对这 3 个误差源引入的误差进行定量的分析<sup>[9]</sup>。

#### 3.1 计算方法引入的误差

结构的模态分析是结构动力学分析的基础。模态分析的基本有限元方程<sup>[10]</sup>为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$  分别为结构系统的质量矩阵和刚度矩阵;  $\mathbf{u}$ ,  $\ddot{\mathbf{u}}$  分别为位移向量和加速度向量。方程(1)的解为如下的简谐运动:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \sin \omega t, \quad (2)$$

式中,  $\boldsymbol{\phi}$  为模态振型,  $\omega$  为圆频率。

将方程(2)带入方式(1), 得到如下的特征值方程:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = 0. \quad (3)$$

方程(3)要有非零解, 必须满足其系数矩阵的行列式为零的条件, 即:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0, \quad (4)$$

或:

$$\det(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) = 0, \quad (5)$$

式中:  $\lambda = \omega^2$ , 方程(5)左边为的多项式, 求解该多项式可得一组特征值  $\lambda_i$ 。方程(4)可改写为:

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\boldsymbol{\phi}_i = 0 \quad i = 1, 2, 3 \cdots n, \quad (6)$$

式中,  $n$  为刚度矩阵  $\mathbf{K}$  的维数, 也是该结构系统的自由度。  $\lambda_i$  是第  $i$  个特征值,  $\boldsymbol{\phi}_i$  是  $\lambda_i$  对应的第  $i$  个模态向量。对于方程(6), MSC. Nastran 提供了 3 类解法:

(1) 跟踪法 (Tracking method)

采用跟踪法求解特征值问题, 实质上是一种迭代法, 跟踪法对仅求几个特征值的问题是一个方便的方法;

(2) 变换法 (Transformation method)

通过矩阵运算将方程(3)变换为如下形式:

$$A\phi = \lambda\phi, \quad (7)$$

式中矩阵  $A$  是采用变换法得到的三角矩阵,一次求解可得到全部特征值,对于维数小、元素满的矩阵,且需求全部或大部分特征值的问题,这类变换法是十分有效的;

(3) 兰索士法(Lanczos):

兰索士法是一种将跟踪法与变换法组合起来的新的特征值解法,这种方法对于计算非常大的稀疏矩阵的几个特征值问题是最有效的。

对于空间光学遥感器的反射镜组件,模态参与因子高于 20% 的前三阶主频是设计人员最关注的,所以一般情况下,只要求解反射镜组件的前十阶模态,因此,对于空间光学遥感器反射镜组件的模态分析一般采用兰索士法。

兰索士法实质上也是一种迭代法,迭代法的求解过程描述如下<sup>[11]</sup>:

将方程(6)改写为:

$$\phi_n = \lambda_{n-1} k^{-1} M \phi_{n-1}. \quad (8)$$

首先,由用户按照所要求的频率范围和待求的根数,选取适当的初值  $\lambda_0$  和  $\phi_0$ , 带入方程(8),得到新的估算值  $\lambda_1$  和  $\phi_1$ ,将新的值重新带入方程(8),再得新的  $\lambda_2$  和  $\phi_2$ ,反复迭代直至满足所要求的精度为止。此时,满足精度的和即为所求的特征值  $\lambda_m$  和  $\phi_m$  特征向量。

由迭代法的原理可知,采用兰索士法求解得到的特征值与解析解之间的误差主要取决于迭代法设置的收敛判据,MSC. Nastran 的收敛判据一般设定为  $\lambda_m - \lambda_{m-1} \leq 1 \times 10^{-4}$ ,由此可见,由算法引入的频率误差  $\delta_{arithmetic} < 1\%$ 。

3.2 输入参数引入的误差

输入参数引起的误差主要由输入的参数数据与实际材料参数数据之差所产生。有限元分析所输入的参数数据主要包括:结构属性描述,如结构的阻尼、集中质量等;材料属性描述,如弹性模量、泊松比、密度、线胀系数等;载荷函数描述,如载荷大小、分布及随时间变换的函数表达式等。在空间光学遥感器反射镜组件的模态分析中,需要输入的参数为材料属性参数,反射镜组件中共用到 3 种材料,每种材料的材料属性参数都是由生产厂家提供。

由公式(3)可知,结构的主频只与结构的刚度以及质量有关,也就是说在结构形式一定的情况下,只与材料的弹性模量与密度有关,3 种材料,6

个参数,每个参数都有误差,那么需要明确两个问题,一是每个参数误差的传递因子;二是每个参数误差的参与权重。不妨设材料参数误差的传递因子为  $\alpha_i$ ,材料参数误差的参与权重为  $\beta_i$ ,那么由每种材料参数中弹性模量与密度的误差引起的计算结果的误差分别为:

$$\delta_{material-E} = \alpha_i \beta_i \delta E_i, \quad (9)$$

$$\delta_{material-\rho} = \alpha_i \beta_i \delta \rho_i. \quad (10)$$

3.2.1 确定材料参数误差传递因子  $\alpha_i$

(a) 通过公式推导确定  $\alpha_i$

由公式(3)可知,对单自由度无阻尼系统,其特征频率的表达式如下:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (11)$$

对任意函数,其误差传递定律<sup>[12]</sup>如下:设任意函数为:

$$y = F(x_1, x_2, x_3 \dots), \quad (12)$$

式中:  $x_1 \sim x_n$  为直接测量值,且为独立变量;  $y$  为间接测量值,若它们的真误差分别为  $\delta_{x_1} \sim \delta_m, \delta_y$ , 则:

$$\delta_y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \delta_{x_i}^2}. \quad (13)$$

由函数的误差传递规律可知:

$$\alpha_E \propto \alpha_k = \pm \frac{\partial \omega}{\partial k} = \pm \frac{1}{2\sqrt{m \cdot k}}, \quad (14)$$

$$\alpha_\rho \propto \alpha_m = \pm \frac{\partial \omega}{\partial m} = \pm \frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{m^3}}. \quad (15)$$

在反射镜组件的前三阶主模态中,结构刚度主要取决于支撑结构的结构形式与支撑结构材料的弹性模量。支撑结构柔性部分的等效结构形式如图 3 所示,图中  $b=10 \text{ mm}, h=4 \text{ mm}, L=20 \text{ mm}$ 。

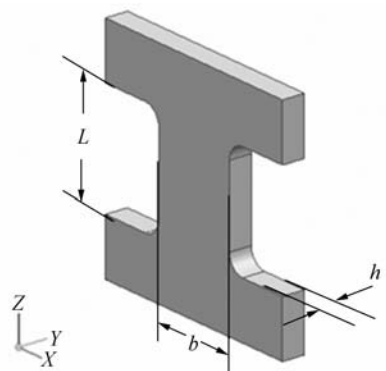


图 3 支撑结构的等效形式

Fig. 3 Equivalent support structure

根据公式(14),(15),(16)以及反射镜组件的质量,可以得到: $\alpha_k \approx 0.003, \alpha_m \approx 2.1$ 。

(b)通过有限元模型确定  $\alpha_i$

由于反射镜组件结构相对比较复杂,采用以单自由度振动系统的模态计算公式法来确定势必会产生较大的误差,下面通过分析结果来拟合材

料弹性模量与材料密度的误差传递系数。

以碳化硅材料的密度为例,通过修改碳化硅材料的密度,从而修改反射镜镜体的质量,每修改一次,进行一次相应的模态分析,得到一组模态的误差与碳化硅材料密度的误差的关系,如表 6 所示。

表 6 材料密度误差传递因子分析结果

Tab. 6 Results of deliver factors of SiC density errors

	第一次分析	第二次分析	第三次分析	第四次分析	第五次分析
碳化硅镜体质量的误差	0.0%	2.5%	5%	7.5%	10%
碳化硅材料密度/ $g \cdot cm^{-3}$	3.06	3.136 5	3.213	3.289 5	3.366
X 向模态/Hz	236.7	234.2	231.6	229.3	226.9
绝对误差/Hz		2.5	5.1	7.4	9.8
相对误差		1.05%	2.15%	3.13%	4.14%
$\alpha_p$		0.42	0.43	0.42	0.414

取 4 次分析传递因子的平均值,材料密度误差的传递因子为 0.42。

方法同上,以殷钢材料的弹性模量为例,通过

修改殷钢的弹性模量,得到一组材料弹性模量的误差与反射镜组件模态分析结果误差的关系,如表 7 所示。

表 7 材料弹性模量误差传递因子分析结果

Tab. 7 Results of deliver factors of invar elasticity errors

	第一次分析	第二次分析	第三次分析	第四次分析	第五次分析
殷钢弹性模量的误差	0.0%	2.5%	5%	7.5%	10%
殷钢弹性模量/GPa	141	144.525	148.05	151.575	155.1
X 向模态/Hz	232.1	234.5	236.7	239.0	241.2
绝对误差/Hz		2.4	4.6	6.9	9.1
相对误差		1.03%	1.98%	2.97%	3.92%
$\alpha_E$		0.41	0.396	0.396	0.392

取 4 次分析传递因子的平均值,材料弹性模量的误差的传递因子为 0.39。其他材料参数误差的传递因子也可以采用同样的方法得到。

### 3.2.2 确定材料参数误差参与因子 $\beta_i$

在模态分析中,一直以来人们只关注结构的共振频率和振型,而在模态分析中还有一个很重要的概念:模态参与因子,根据模态参与因子可以得到每阶模态的有效模态质量,根据有效模态质

量的大小可以判断哪个模态在结构中起主要作用<sup>[13]</sup>。

有效质量最早是 Clough 提出的一个概念,可以简单地理解为:在每一阶模态中有多大百分比的质量参与了振动。MSC. Nastran 软件可以输出每阶模态的模态参与因子,通过 \*.f06 文件查看。

通过有效模态质量的定义可知,在某一阶共

振频率,不是结构所有的质量都参与了振动,因此,参与振动的质量误差对分析结果的影响要明显大于没有参与振动的结构,这就是为什么每个材料参数误差对分析结果误差影响的权重不同的根本原因。

由空间光学遥感器反射镜组件的前三阶主频的模态振型可知,前三阶主频的振型都是由于柔性支撑的柔性导致了镜体沿坐标系3个轴向发生了振动,因此,在这三阶模态的误差分析中,主要参与质量为镜体的质量,结构刚度主要反应为支撑结构的刚度,而镜体几乎是平动,镜体的弹性模量几乎对模态分析结果没有影响。

根据空间光学遥感器反射镜组件前三阶主频的振型,得到了反射镜中3种材料,6个参数的 $\beta$ 的取值,如表8所示。

表8 材料参数误差传递因子

Tab.8 Participation factors of material parameter errors

	碳化硅	殷钢	钛合金
弹性模量误差 参与权重系数	0.2	1	0.8
密度误差 参与权重系数	1	0.8	0.2

### 3.2.3 材料参数误差统计

将表6、表7、表8中的分析结果,以及每种材料参数的原始误差,带入到公式(9)、(10)中,就得到了由3种材料的6个参数的参数误差引起的分析结果的误差,如表9所示。

表9 材料参数误差在分析结果中引入的误差

Tab.9 Errors deduced by material parameter errors

		原始 误差/%	传递 系数	参与 权重	引入 误差/%
碳化硅	弹性模量	5.0	0.396	0.2	0.40
	密度	3.1	0.42	1.0	1.30
殷钢	弹性模量	5.0	0.396	1.0	1.98
	密度	3.0	0.42	0.8	1.01
钛合金	弹性模量	4.5	0.396	0.8	1.43
	密度	3.0	0.42	0.2	0.25

### 3.3 连接关系简化处理引入的误差

在当前的工程分析中,为了减小有限元模型的规模,对组件中的螺钉连接环节通常采用被螺钉连接的两个零件在螺钉孔的部位直接对应节点相连(又叫做:共结点)的方式进行简化处理,这种处理方式由于不用对螺钉进行有限元网格划分,从而能有效地减小整个组件有限元模型的规模,但在有限元模型中连接部位的力的传递路径的模拟上,却存在以下两点明显的弊端<sup>[14]</sup>:

(1)由于没有建立螺钉的有限元模型,所以螺钉对反射镜组件的刚度贡献没有考虑;

(2)采用节点直接相连的方式模拟螺钉连接环节,会导致螺钉连接两个零件在螺钉连接部位的受力状态与实际情况不一致。

由于采用节点相连的方式简化螺钉连接环存在以上的弊端,必然会在反射镜组件的模态分析中引入一定量的误差,为了研究这种方式引入的误差的大小,在这里对反射镜组件中所有的螺钉都进行了详细的有限元网格划分,如图4所示。

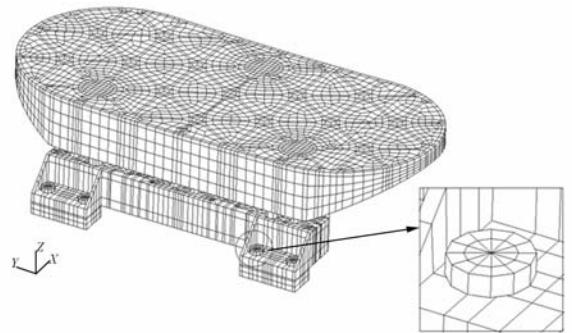


图4 含螺钉结构的反射镜组件有限元模型

Fig.4 Finite element model of reflective mirror set including bolt finite element model in detailed

同样,对含有螺钉详细有限元模型的反射镜组件采用MSC.Nastran进行了工作模态分析计算,得到了含详细螺钉有限元模型反射镜组件前十阶工作模态以及各阶的模态参与因子,如表10所示。

表 10 含螺钉模型的反射镜组件前十阶工作模态以及各阶的模态参与因子  
Tab. 10 The first ten modals and participation factors of reflective mirror sets including bolt finite element model in detail

阶数	频率(Hz)	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
		平移	平移	平移	旋转	旋转	旋转
1	184.9	$8.30 \times 10^{-3}$	$1.33 \times 10^{-5}$	$2.33 \times 10^{-1}$	$1.27 \times 10^{-4}$	$1.29 \times 10^{-1}$	$8.87 \times 10^{-6}$
2	187.8	$1.06 \times 10^{-5}$	$1.91 \times 10^{-2}$	$5.98 \times 10^{-5}$	$2.23 \times 10^{-1}$	$1.80 \times 10^{-5}$	$1.28 \times 10^{-2}$
3	234.4	$2.28 \times 10^{-6}$	$5.10 \times 10^{-1}$	$7.05 \times 10^{-6}$	$3.26 \times 10^{-1}$	$3.56 \times 10^{-6}$	$3.22 \times 10^{-1}$
4	251.7	$6.49 \times 10^{-1}$	$1.02 \times 10^{-5}$	$3.06 \times 10^{-2}$	$2.34 \times 10^{-5}$	$2.28 \times 10^{-1}$	$1.48 \times 10^{-5}$
5	274.3	$3.08 \times 10^{-2}$	$1.46 \times 10^{-6}$	$3.24 \times 10^{-1}$	$1.08 \times 10^{-5}$	$2.82 \times 10^{-1}$	$1.47 \times 10^{-6}$
6	299.5	$1.66 \times 10^{-5}$	$1.56 \times 10^{-1}$	$5.24 \times 10^{-8}$	$1.45 \times 10^{-1}$	$3.05 \times 10^{-6}$	$3.39 \times 10^{-1}$
7	1610.8	$6.42 \times 10^{-4}$	$4.34 \times 10^{-9}$	$2.33 \times 10^{-1}$	$6.48 \times 10^{-8}$	$1.98 \times 10^{-1}$	$8.36 \times 10^{-9}$
8	1890.0	$7.55 \times 10^{-9}$	$1.88 \times 10^{-4}$	$2.22 \times 10^{-8}$	$1.71 \times 10^{-2}$	$2.89 \times 10^{-8}$	$5.09 \times 10^{-4}$
9	1943.2	$2.65 \times 10^{-4}$	$2.14 \times 10^{-8}$	$1.95 \times 10^{-4}$	$4.43 \times 10^{-7}$	$1.51 \times 10^{-4}$	$2.86 \times 10^{-8}$
10	1955.6	$1.56 \times 10^{-7}$	$3.03 \times 10^{-4}$	$5.19 \times 10^{-8}$	$1.99 \times 10^{-2}$	$7.45 \times 10^{-8}$	$7.28 \times 10^{-4}$

根据每阶模态的参与因子,得到了反射镜组件沿 3 个轴向的主频见表 11,振型云图参见图 2 所示。

表 11 含螺钉模型反射镜组件的主频

Tab. 11 Principle frequency of reflective mirror set including bolt finite element model in detail

轴向	频率/Hz	振型描述	振型云图
<i>x</i>	251.7	镜体沿 <i>x</i> 轴平动	图 2(a)
<i>y</i>	234.4	镜体沿 <i>y</i> 轴平动	图 2(b)
<i>z</i>	184.9	组间沿 <i>z</i> 轴平动	图 2(c)

表 12 为两种螺钉连接关系处理方法的分析结果的对比,表中模型一为含螺钉结构的有限元模型的分析结果,模型二为对螺钉连接进行了简化处理的有限元模型的分析结果。

表 12 模态分析结果对比

Tab. 12 Contrast of model analysis result

方向	模型一	模型二	相差绝对值	差值
	/Hz	/Hz	/Hz	%
X	251.7	236.4	15.3	6.1
Y	234.4	222.4	12.0	5.1
Z	184.9	178.1	6.8	3.7

### 3.4 误差合成

误差合成定律描述如下:若有  $R$  个常差  $\phi_i$ ,  $P$  个不定常差  $\delta_u$ ,  $Q$  个随机误差  $\delta_r$ ,  $L$  个系统误差  $\delta_s$ , 则合成后的极限误差为(设各误差相互独立,

一次测量):

$$\delta_{all} = \sum_{i=1}^R \phi_i \pm \left( \sum_{u=1}^P |\delta_u| + \sqrt{\sum_{i=1}^Q \delta_{r_i}^2 + \sum_{j=1}^L \delta_{s_j}^2} \right), \quad (16)$$

在航天光学遥感器模态分析的误差分析中,算法选择引入的误差  $\delta_{arithmetic}$  为常差;材料参数误差  $\delta_{material-E}$ ,  $\delta_{material-\rho}$  属于随机误差;连接关系简化处理引入的误差  $\delta_{connect}$  可以看作由这种处理方式导致的常差,根据误差合成原理,得到了空间光学遥感器反射镜组件模态分析结果的误差模型:

$$\delta_{all} = \delta_{arithmetic} + \delta_{connect} + \sqrt{\sum_{i=1}^Q \delta_{material-E_i}^2 + \sum_{j=1}^Q \delta_{material-\rho_j}^2}. \quad (17)$$

根据公式(17),采用连接关系简化处理方式分析结果的误差合成如表 13 所示。

表 13 简化螺钉连接模型误差合成

Tab. 13 Error synthesis of simplified bolt connection model (%)

方向	算法误差	参数误差	连接误差	总误差
X 向	1	2.98	6.1	9.08
Y 向	1	2.98	5.1	8.08
Z 向	1	2.98	3.7	6.68

采用含螺钉模型的分析结果的误差分析中,虽然不包含连接关系简化处理引入的误差,但在分析中,还要考虑螺钉的材料(不锈钢)参数引入的误差,不锈钢弹性模量参数的误差为 5%,密度的误差为 3%,总的材料参数误差为 3.768%。

采用含螺钉模型的有限元分析结果的误差合成如表 14 所示。

表 14 含螺钉连接模型的误差合成

Tab.14 Error synthesis including detailed bolt connection model (%)

方向	算法误差	参数误差	总误差
X 向	1	3.77	4.8
Y 向	1	3.77	4.8
Z 向	1	3.77	4.8

分析结果表明:对于空间光学遥感器背部支撑方式的反射镜组件,在螺钉简化处理的模态分析中,分析结果的误差通常在 7%~10%之间,而考虑了螺钉环节的模态分析结果的误差可以达到 5%以内。

### 4 测试试验与结果

使用 LDS 电磁振动台对反射镜组件进行了特征扫频试验,试验条件见表 15。

表 15 特征扫频试验条件输入参数

Tab.15 Input parameters of frequency sweeping experiment

输入加速度	频段	加载速率
0.2g	10~2 000 Hz	4 oct/min

试验装置如图 5 所示。反射镜组件通过 6 个 M8 的螺钉固定在连接板上,连接板通过 12 个 M10 的螺钉固定在水平滑台上。试验中,采用四点平均控制,在反射镜侧面选取两个测量点,每个

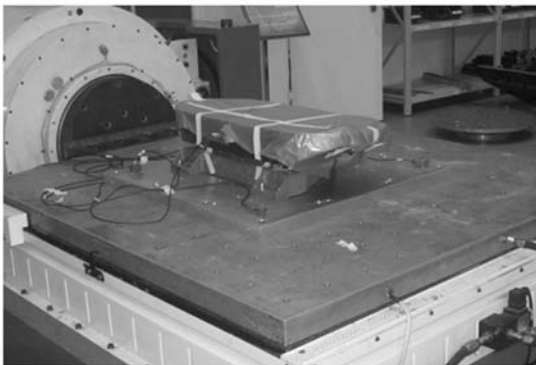


图 5 反射镜组件扫频试验装置

Fig.5 Frequency sweep test equipment of reflective mirror set

测量点各粘贴一枚与振动方向相同的加速度传感器,3 个方向特征扫频响应曲线分别如图 6~图 8。

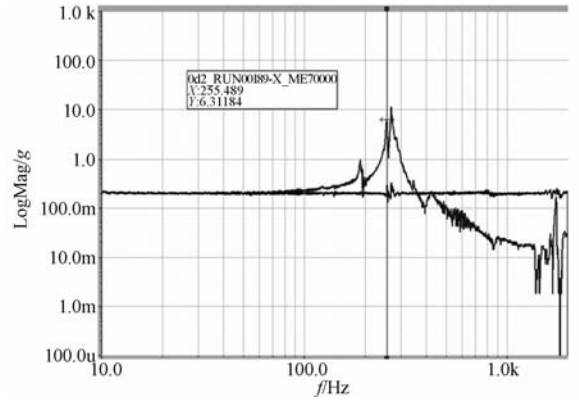


图 6 X 向加速度响应曲线

Fig.6 Acceleration response of X-direction

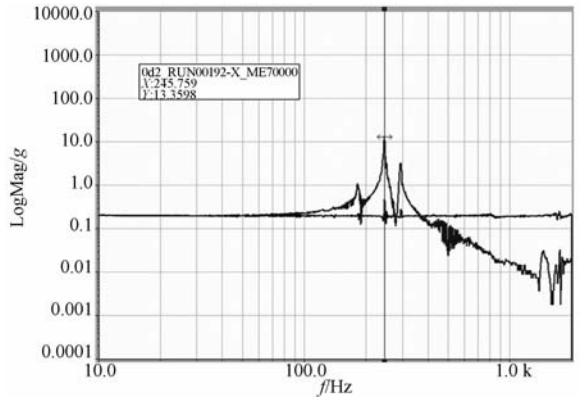


图 7 Y 向加速度响应曲线

Fig.7 Acceleration response of Y-direction

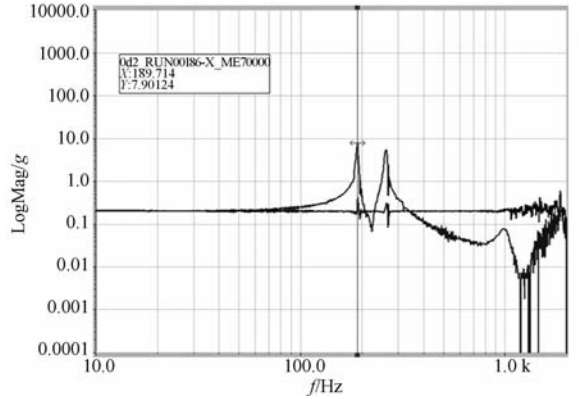


图 8 Z 向加速度响应曲线

Fig.8 Acceleration response of Z-direction

通过反射镜组件在 3 个方向特征扫频试验中的加速度响应曲线,得到了反射镜组件沿 3 个方向的主频。试验结果与有限元分析结果的对比分析如表 16 所示。

表 16 不同方法计算的工作模态与试验测试值比较表

Tab. 16 Comparison between test and calculation for principle frequencies

方向	试验结果/Hz	考虑螺钉模型			螺钉简化模型		
		分析结果/Hz	绝对误差/Hz	相对误差/%	分析结果/Hz	绝对误差/Hz	相对误差/%
X	255.4	251.7	3.7	1.4	236.4	19.0	7.4
Y	245.7	234.4	11.3	4.6	222.4	23.3	9.5
Z	189.7	184.9	4.8	2.5	178.1	11.6	6.1

## 5 结果讨论

本文对有限元法在反射镜组件模态分析中产生的误差进行了定量评价及试验验证,试验结果如下:

(1)考虑螺钉模型的有限元分析结果与试验结果的相对误差 $\leq 5\%$ ,螺钉连接关系简化处理的分析结果与试验结果的相对误差在 $6\% \sim 10\%$ 之间,与分析结果基本吻合;

(2)螺钉连接关系的处理方式是影响分析结果与试验结果误差的主要因素;在方案选型阶段,可以采用这种处理方式定性地对不同设计方案的优劣;在方案定型后,需要对方案进行定量的优化设计的阶段,应该采用详细的有限元模型,连接关系不能简化处理;

(3)对材料属性参数误差传递因子与误差权重因子的分析表明,在有限元分析中,所关注模态参与质量的密度属性以及主承力结构的弹性模量的误差对分析结果影响要远比其他参数大,对关键参数误差的控制,会对整个分析结果的误差的控制起到事半功倍的效果;

(4)根据误差合成定律,建立了反射镜组件模态分析结果的误差模型,通过该误差模型可知,分析的结构越复杂,分析中涉及的材料参数越多,模态分析结果的精度就会越差。对结构相对简单的反射镜组件的分析结果的误差可以达到 $5\%$ 以内。

## 参考文献:

- [1] 卢镔. CAD/CAE/CAM 技术在空间光学仪器研制与开发中的应用[J]. 光学精密工程, 1996, 4(6): 1-6.  
LU E. CAD/CAE/CAM Technique[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1996, 4(6): 1-6. (in Chinese)

但对空间光学传感器整机而言,分析结果的误差很难控制在 $5\%$ 以内;为此,应该采用结构简单,材料品种就近归类的设计方法,特别要减少连接件;

(5)对于螺钉连接关系,本文只建立了螺钉的有限元模型,考虑了螺钉结构本身在反射镜组件模态分析中的刚度贡献,但在这次分析中,并没有考虑螺钉的预紧力对组件刚度的影响<sup>[15]</sup>;其次螺钉连接本身属于接触非线性<sup>[16]</sup>的问题,螺钉的格式与位置的选择,在反射镜组件的模态分析中没有考虑。

## 6 结 论

本文首先对影响模态分析结果的 3 个主要因素在分析结果中引入的误差进行了定量的分析,其次采用误差合成的原理构造了反射镜组件模态分析结果的误差模型,将 3 个主要影响因素引起的误差量带入到误差模型中,得到分析结果的总误差。分析结果表明,采用螺钉简化处理方式分析结果的误差在 $6\% \sim 10\%$ 之间;考虑螺钉详细模型的分析结果的误差 $< 5\%$ ;试验测试结果表明,考虑了螺钉详细模型的分析结果与试验结果基本吻合。本文提出的对有限元法进行反射镜组件模态分析的误差进行定量评价的分析方法也同样适用于采用有限元法进行的重力变形分析、动力学响应分析以及热变形分析等得到的分析结果的误差进行的定量分析。

- [2] 卢镔,任庆华,李天祥. CAD/CAE 技术在长春光机所的应用[J]. 光学精密工程, 1995, 3(6): 1-4.  
LU E, REN Q H, LI T X. Application of CAD/CAE technology in CIOMP [J]. *Opt. Precision Eng.*, 1995, 3(6): 1-4. (in Chinese)
- [3] 张舫,赵文兴. 轻质反射镜镜体结构参数的分析[J]. 光学精密工程, 2006, 14(1): 48-53.

- ZHANG G,ZHAO W X. Analysis on structural parameters of light-weighted mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(1):48-53. (in Chinese)
- [4] 傅学农,陈晓娟,吴文凯,等. 大口径发射镜组件设计及稳定性研究[J]. *光学精密工程*,2008,16(2):179-183.
- FU X N,CHEN X J,WU W K,*et al.*. Design of large aperture mirror support and its stability[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(2):179-183. (in Chinese)
- [5] 李延伟,杨洪波,耿麒先,等. 大口径主反射镜轻量化结构拓扑优化设计方法[J]. *光学技术*,2008,34(2):236-238.
- LI Y W, YANG H B, GENG Q X,*et al.*. Large-aperture lightweight primary mirror design method using topology optimization [J]. *Optical Technique*, 2008,34(2):236-238. (in Chinese)
- [6] 韩旭,吴清文,董得义,等. 室温硫化胶层建模在透镜结构分析中的应用[J]. *光学精密工程*,2010,18(1):118-125.
- HAN X, WU Q W, DONG D Y. Application of RTV adhesive modeling to structure analysis of reflective mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010,18(1):118-125. (in Chinese)
- [7] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*[M]. 6th ed. Butterworth-Heinemann, 1995:1-44.
- [8] 赵汝嘉. *机械结构有限元分析*[M]. 西安:西安交通大学出版社,1990.
- ZHAO R J. *Finite Element Analysis of Mechanics Structure* [M]. Xi'an: Xi'an Traffic University Press,1990. (in Chinese)
- [9] 卢铿,吴清文,牛晓明. 用有限元法进行工程分析误差评价与控制[J]. *光学精密工程*,1995,3(6):34-39.
- LU E,WU Q W,NIU X M. Engineering analysis, error valuation and control with FEM[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1995,3(6):34-39. (in Chinese)
- [10] 刘晶波,杜修力. *结构动力学*[M]. 北京:机械工业出版社,2005.
- LIU J B,DU X L. *Dynamics of Structures* [M]. Beijing: China Machine Press,2005. (in Chinese)
- [11] 徐涛. *数值计算方法*[M]. 长春:吉林科学技术出版社,1998.
- XU T. *Numerical Computation Method* [M]. Changchun: Jilin Science Technique Press, 1998. (in Chinese)
- [12] 毛英泰. *误差理论与精度分析*[M]. 北京:国防工业出版社,1982.
- MAO Y T. *Theory of Error and Precision and Analysis* [M]. Beijing: National Defense Industry Press,1982. (in Chinese)
- [13] 马爱军,周传月,王旭. *Patran 和 Nastran 有限元分析专业教程*[M]. 北京:清华大学出版社,2005:290-297.
- MA A J,ZH CH Y,W X. *Professional Lectures of Patran and Nastran FEA Software*[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2005:290-297. (in Chinese)
- [14] JEONG K, JOO-CHEOL Y, BEOM-SOO K. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007,31:895-911.
- [15] 李会勋,胡迎春,张建中. 利用 ANSYS 模拟螺栓预紧力的研究[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*,2006,25(1):57-59.
- LI H X,HU Y CH,ZHANG J ZH. Study on simulating bolt pretension by using ANSYS[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science)*,2006,25(1):57-59. (in Chinese)
- [16] 陈长征,辛宏伟,吕清涛,等. 某反射镜组件的线性与非线性工程分析[J]. *计算机仿真*,2008,25(3):323-326.
- CHEN CH ZH, XIN H W, LU Q T. Reflector subassembly engineering analysis based on combined nonlinear and linear method [J]. *Computer Simulation*, 2008,25(3):323-326. (in Chinese)

## 作者简介:



董得义(1979—),男,天津人,助理研究员,2002年、2005年于北京工业大学获学士、硕士学位,主要从事航天光学遥感器结构有限元分析、优化设计、力学试验等方面的研究。E-mail: s200201029@163.com

## 导师简介:



张学军(1968—),男,吉林长春人,博士,研究员,主要从事先进光学制造技术的研究。E-mail: zxj@ciomp.ac.cn

(本栏目编辑:曹 金)

## ● 下期预告

## 结构化表面环境下软磨粒流的流场数值分析

计时鸣<sup>1</sup>,马宝丽<sup>1,2</sup>,谭大鹏<sup>1</sup>

1. 浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部重点实验室,浙江 杭州 310032;
2. 杭州师范大学 钱江学院,浙江 杭州 310012)

为了研究模具结构化表面环境下软性磨粒流的流场加工特性,本文应用单颗动力学模型通过数值模拟求解了颗粒在不同形态的湍流场中的运动特性。以 U 形流道为例,利用 N-S 方程和湍流的 Realizable 模型,以及压力耦合方程的半隐相容(SIMPLEC)算法,实现软性磨粒两相流场中流体的速度、压力等特性参数的求解;接着利用单颗动力学模型(SPD),实现多种环境下软性磨粒两相流场中颗粒的速度、轨迹、密度分布等参数的求解。实验结果表明,在流体初始速度为 5,10,20 m/s 三种情况下,当流体初始速度为 5 m/s 时沉降最为明显;其次,在颗粒直径 0.01,0.05,0.1 mm 三种情况下,当直径为 0.01 mm 的颗粒沉降较为明显;在水、柴油、机油三种不同粘度的湍流场中,两相软性磨粒流场特性非常接近。流体的初始速度、颗粒的粒径使得湍流对颗粒运动特性影响较大,流体的粘性影响最小。